

DVOJNE ZVEZDE

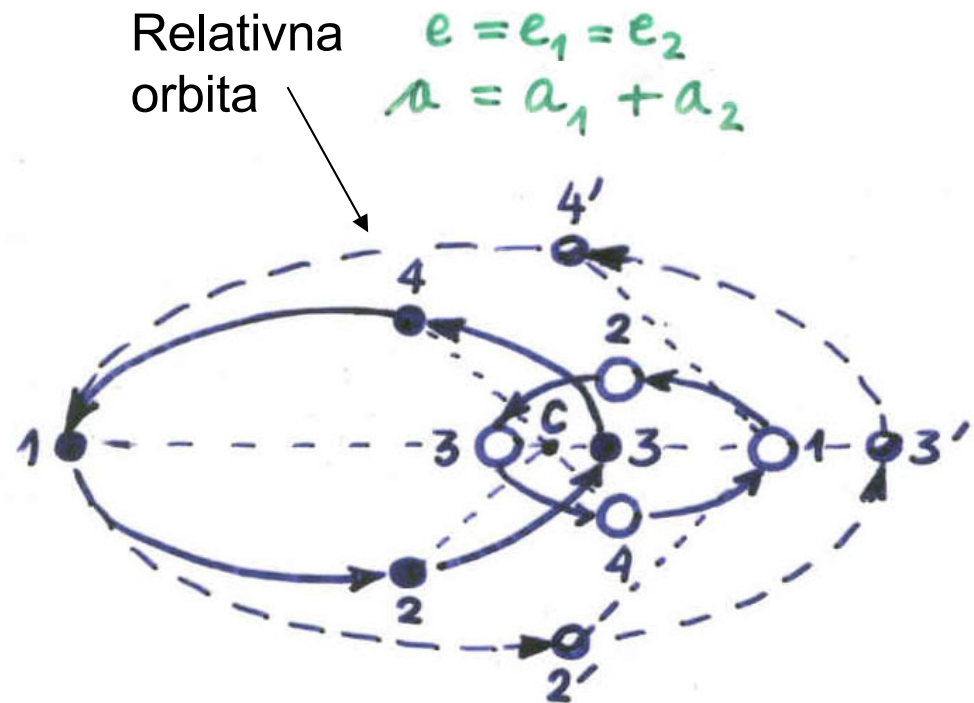


Dvojne zvezde

- Fizički sistemi u kojima se obe zvezde (komponente sistema) **kreću pod dejstvom uzajamne gravitacije oko zajedničkog centra masa**
- Značaj izučavanja dvojnih zvezda (**određivanje parametara: mase, radijusa, temperature, ..., proučavanje zvezdane evolucije**)
- Prema načinu detektovanja i uzajamnom položaju zvezda dele se na:
 - Vizuelno dvojne
 - Spektroskopski dvojne
 - Eklipsno dvojne
 - Tesno dvojne zvezde

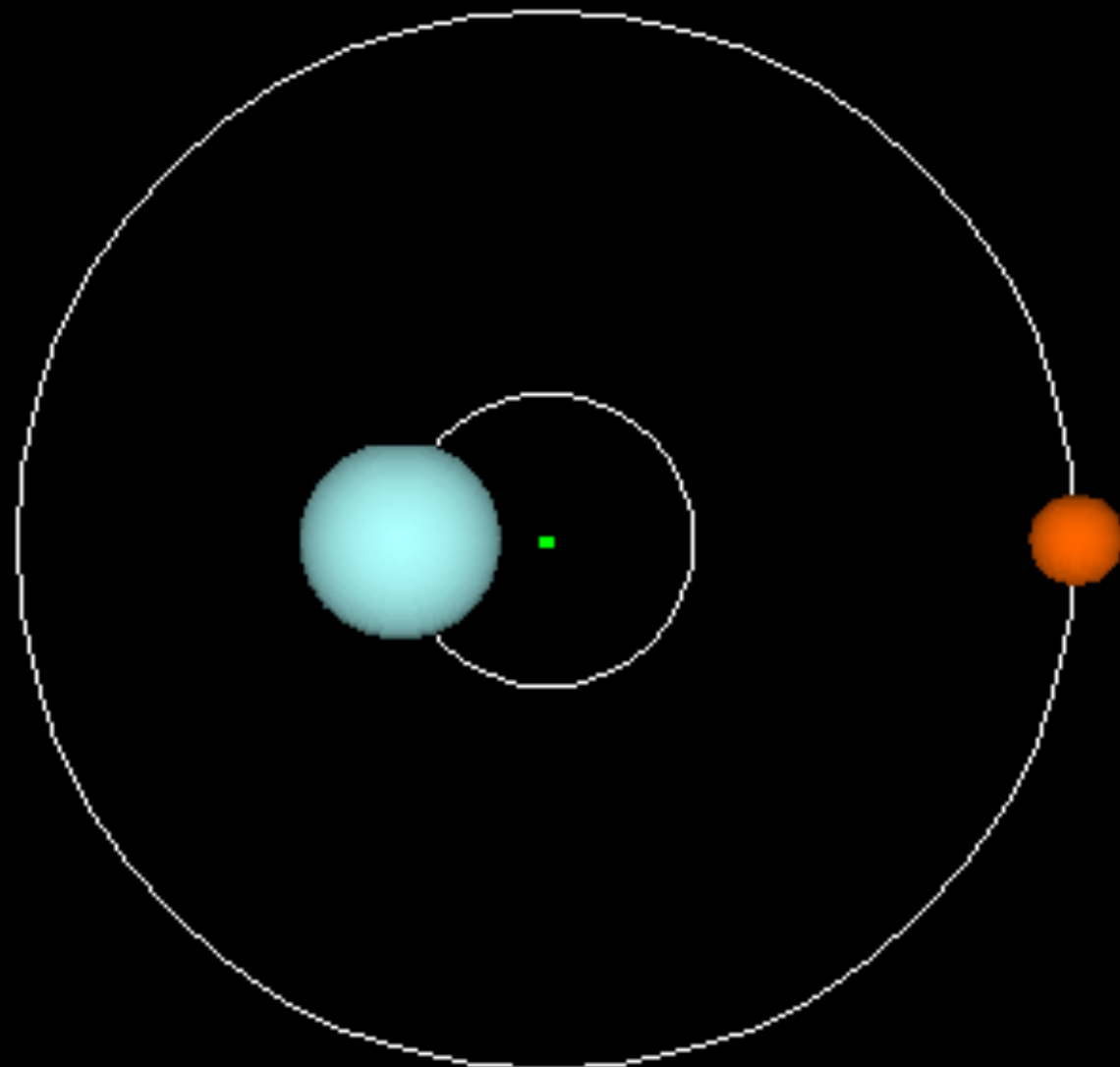
Opšte karakteristike

- Komponente dvojnog sistema kreću se saglasno Keplerovim zakonima
- Obe zvezde opisuju slične (istog ekscentriciteta) eliptične orbite oko zajedničkog centra masa

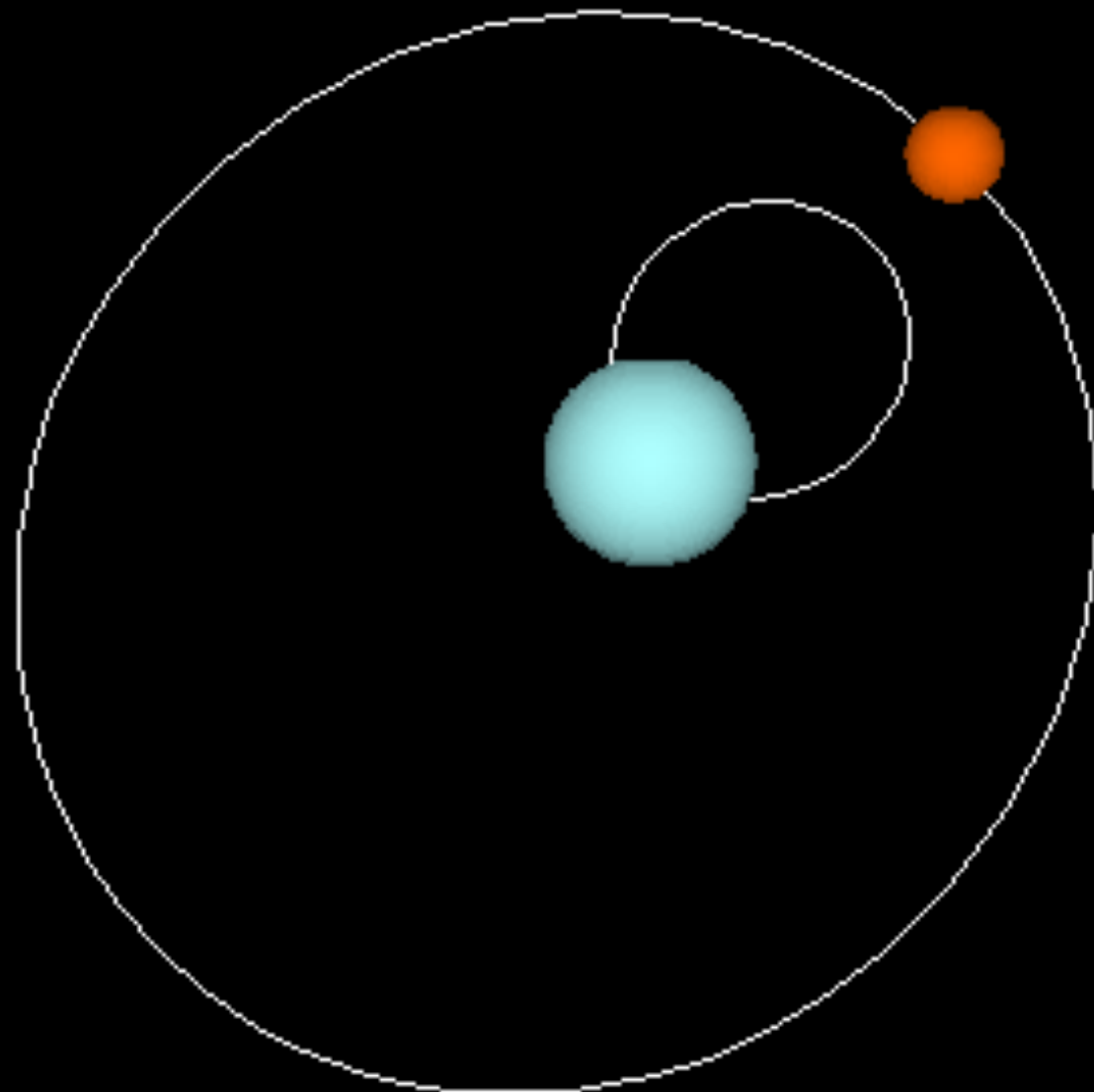


Zakon težišta

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

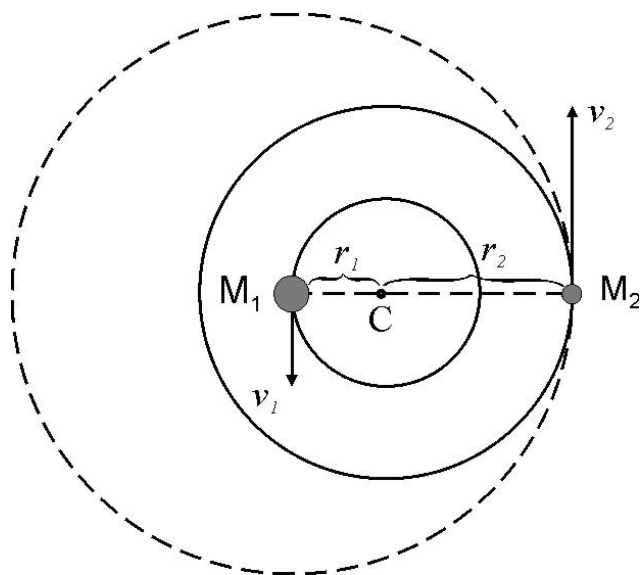


$M_1/M_2=3.6; e=0.0$



$M1/M2=3.6; e=0.4$

Zakon kretanja zvezda u dvojnomo sistemu



III Keplerov zakon

$$G \frac{\mu_1 \mu_2}{(r_1 + r_2)^2} = \mu_1 r_1 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^2 = \mu_2 r_2 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^2$$

$$\frac{G \mu_2}{4\pi^2} = \frac{r_1 (r_1 + r_2)^2}{P^2} \quad ; \quad \frac{G \mu_1}{4\pi^2} = \frac{r_2 (r_1 + r_2)^2}{P^2}$$

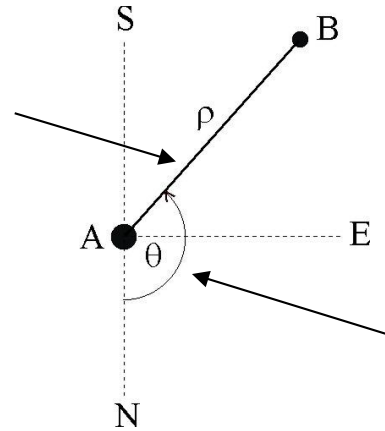
$$\downarrow$$
$$G \frac{\mu_1 + \mu_2}{4\pi^2} = \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2}$$

$$r_1 + r_2 = r \quad \rightarrow \quad a_1 + a_2 = a$$

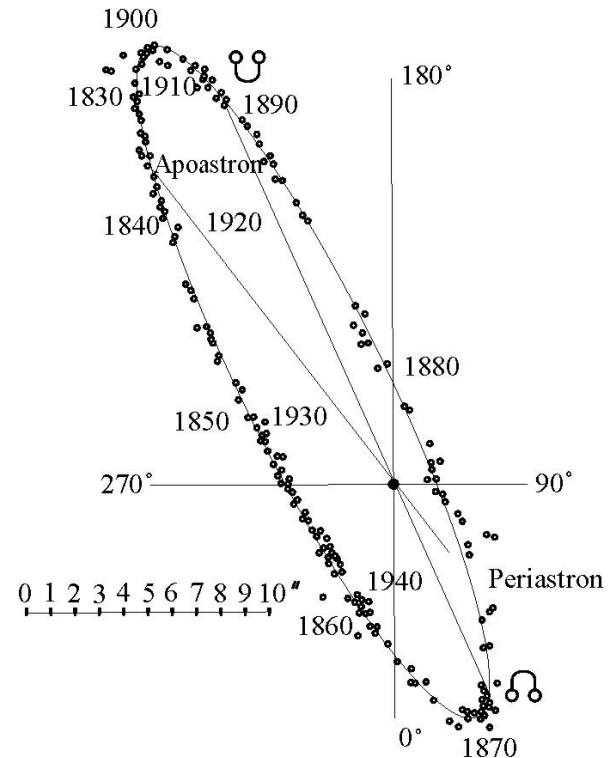
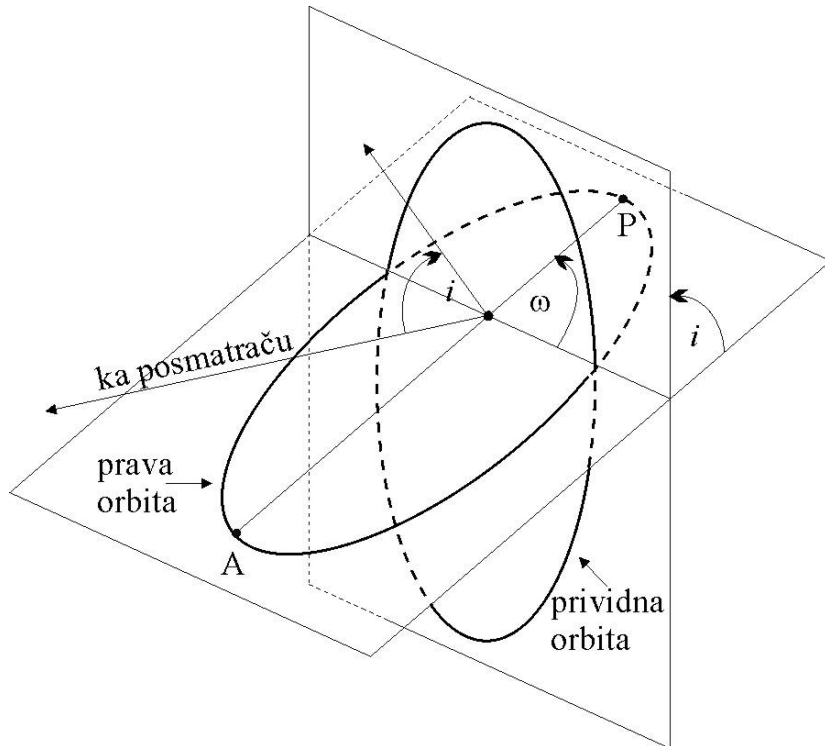
$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{\mu_1 + \mu_2}{4\pi^2}$$

1. Vizuelno dvojne zvezde

Ugaono rastojanje
među komponentama



Pozicioni ugao



Izračunavanje masa komponenata dvojnog sistema

- iz merenja perioda P i poluose a , dobijamo zbir masa
- ako znamo i odnos polusa, pojedinačne mase

III Keplerov zakon

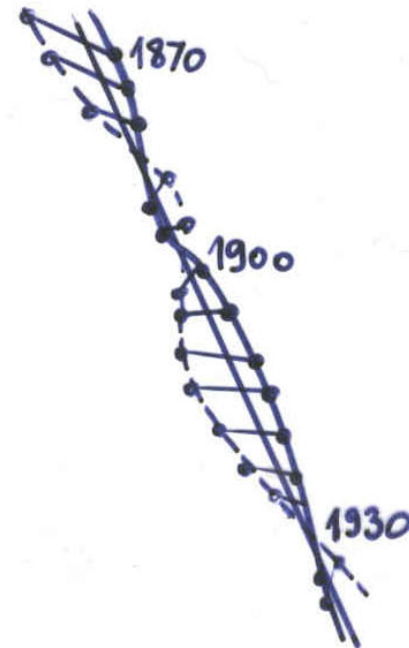
$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{m_1 + m_2}{4\pi^2}$$

Zakon težišta

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

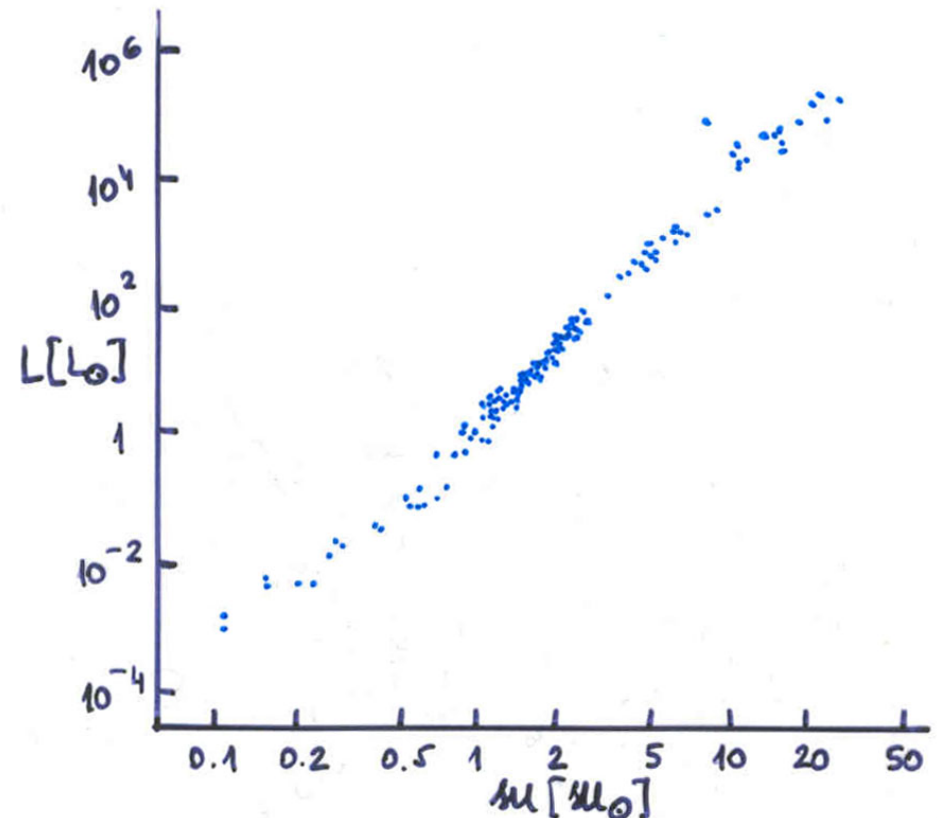
$$m_1 + m_2 = \frac{a^3 / P^3}{P^2}$$

$$m_1 / m_2 = a_2 / a_1$$



Relacija masa – sjaj

- Eddington je 1924. godine teorijski predvideo vezu između mase zvezde i njene luminoznosti
- Na osnovu posmatranja vizuelno dvojnih zvezda i određivanja masa njihovih komponenata izvedena je empirijska relacija masa-sjaj
- Važi samo za zvezde glavnog niza



Relacija masa-sjaj

$$\frac{L}{L_{\odot}} = A \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^B \rightarrow \log \frac{L}{L_{\odot}} = A + B \log \frac{M}{M_{\odot}}$$

$$M_{\text{bol}\odot} = +4.76$$

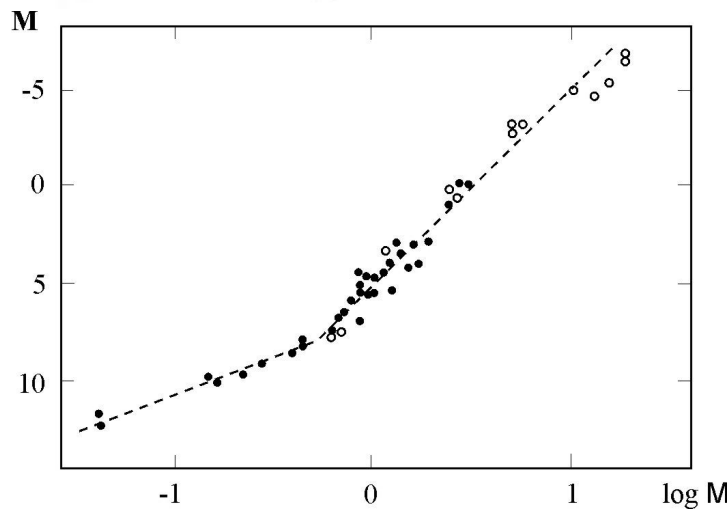
$$0.4(M_{\text{bol}\odot} - M_{\text{bol}}) = A + B \log \frac{M}{M_{\odot}}$$

$$M_{\text{bol}} = A' - B' \log \frac{M}{M_{\odot}} \quad (*1)$$

$$\underline{7.5 < M_{\text{bol}} < 11^{\text{m}} : A' = 5.2, B' = 6.9}$$

$$\underline{0^{\text{m}} < M_{\text{bol}} < 7.5^{\text{m}} : A' = 4.6, B' = 10.0}$$

Važi samo za zvezde glavnog niza.



Dinamička paralaksa!!

DINAMIČKA PARALAKSA

* Određuje se iz relacije

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{(a''/p'')^3}{P^2} \quad (*2)$$

iterativno zajedno sa zbirom masa komponentata.

* U prvij aproksimaciji: $\mu_1 + \mu_2 = 2 \mu_{\odot}$

$$P, a'', m_1, m_2, (\mu_1 + \mu_2)^{(*)} \xrightarrow{(*2)} p'' \rightarrow M_1, M_2 \xrightarrow{(*1)} \mu_1 + \mu_2 \xrightarrow{(*2)} p'' \rightarrow \dots$$

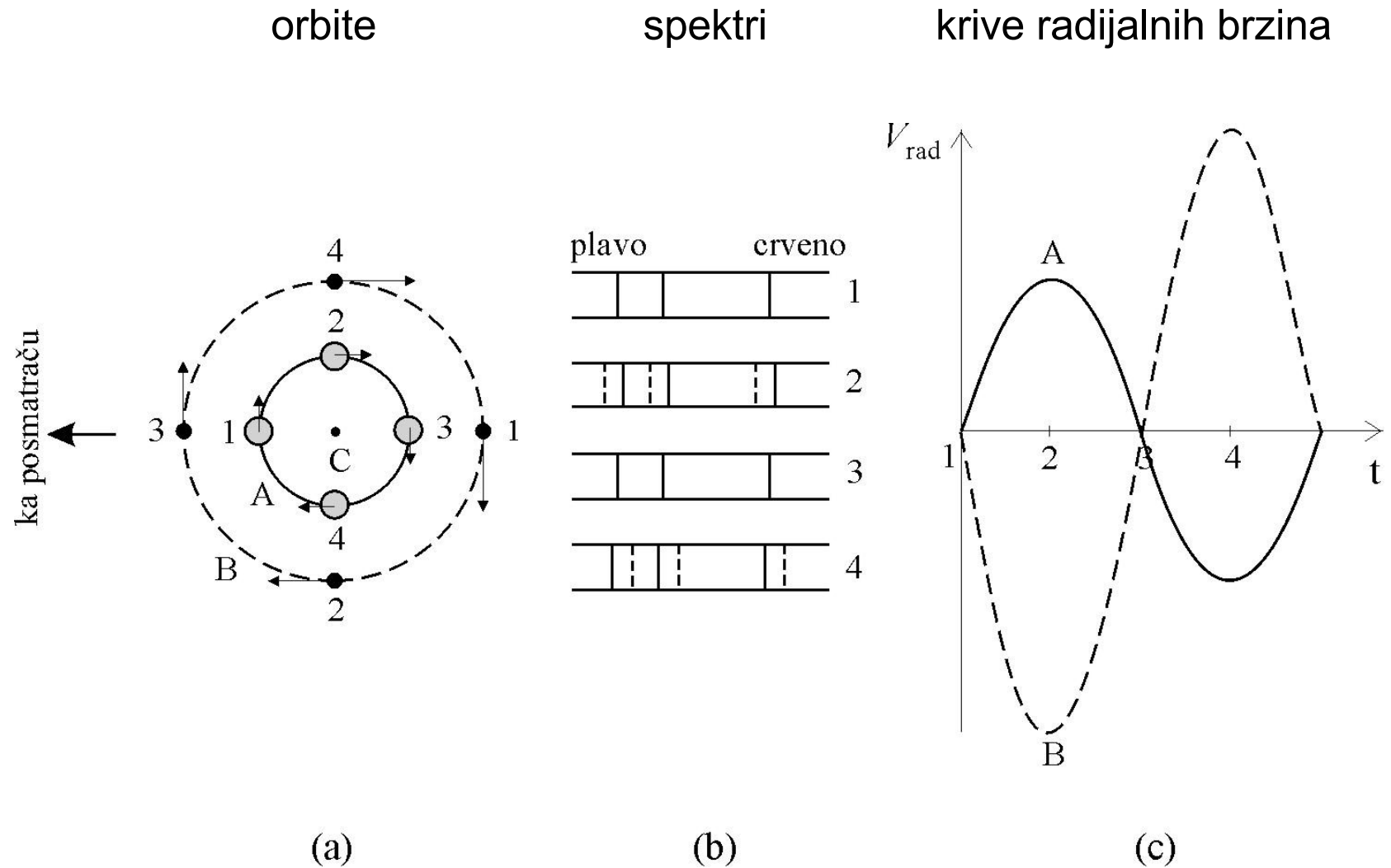
... do konvergencije

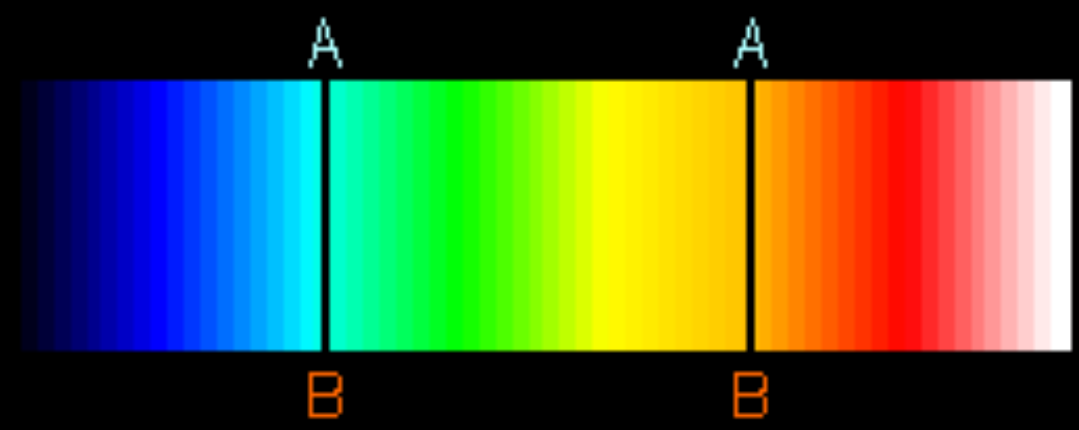
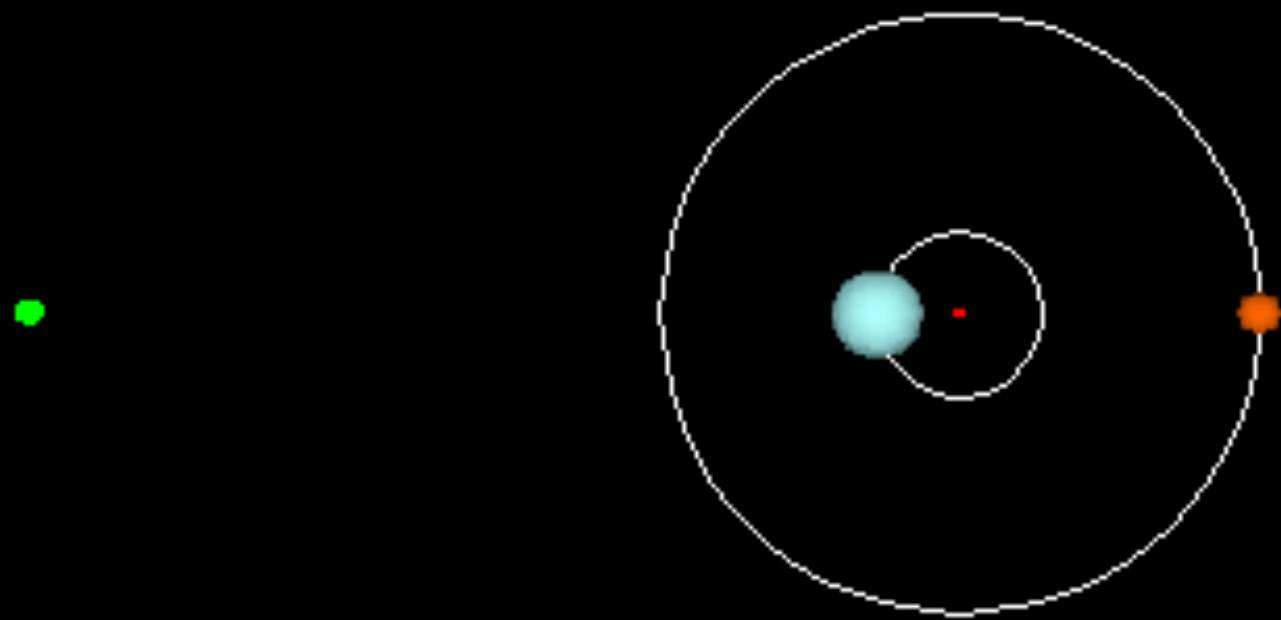
koristi se i relacija
masa-sjaj:

$$M_{bol} = A' - B' \log \frac{\mu}{\mu_{\odot}} \quad (*1)$$

Važan metod određivanja rastojanja do dvojnih zvezda.

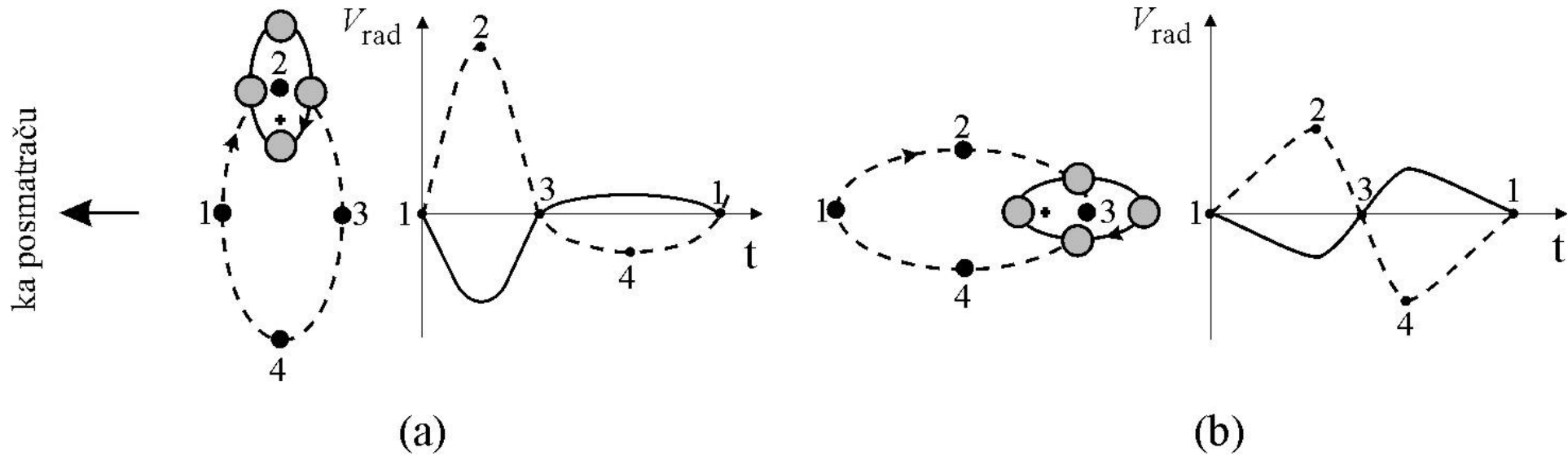
2. Spektroskopski dvojne zvezde





Observed Spectrum

Krive radijalnih brzina za dve različite orijentacije eliptičnih orbita



- analizom oblika krivih radijalnih brzina se može izvesti zaključak o obliku i orijentaciji orbite, ali ne o inklinaciji

ODREĐIVANJE MASE SPEKTROSKOPSKI DVOJNIH ZVEZDA

Za dvojne zvezde čija se oba spektra mogu dobiti i za kružne orbite imamo:

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{P}, \quad v_2 = \frac{2\pi r_2}{P}$$

tj. $\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1}} \quad (1)$

kao i: $\frac{P}{2\pi} (v_1 + v_2) = r_1 + r_2 = r \quad (2)$

Zamenom (2) u

$$\frac{G}{4\pi^2} (m_1 + m_2) = \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2}$$

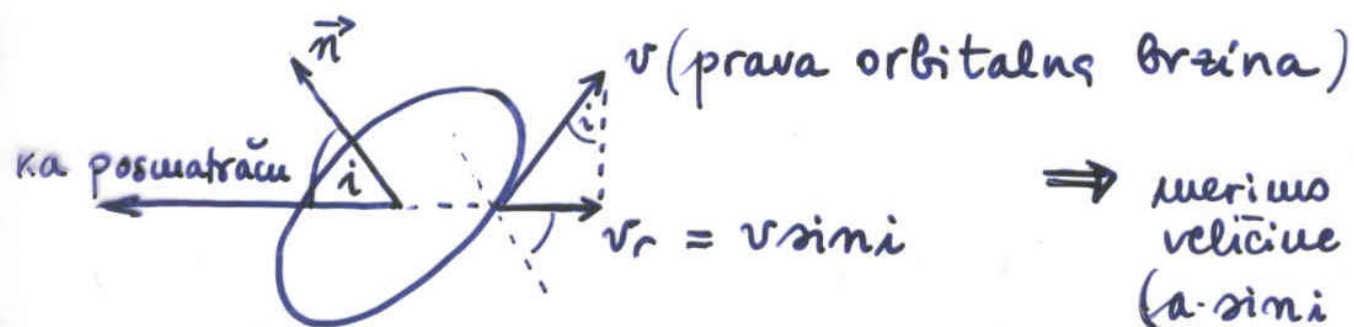
imamo

$$\boxed{m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} (v_1 + v_2)^3} \quad (3)$$

Merežjem $P, v_1, v_2 \Rightarrow m_1, m_2$

Medutim, a) većins zvezda nemu kružne orbite i
b) naš pravac vizure obično nije u orbitalnoj ravni ($i \neq 90^\circ$) !

Inklinacija



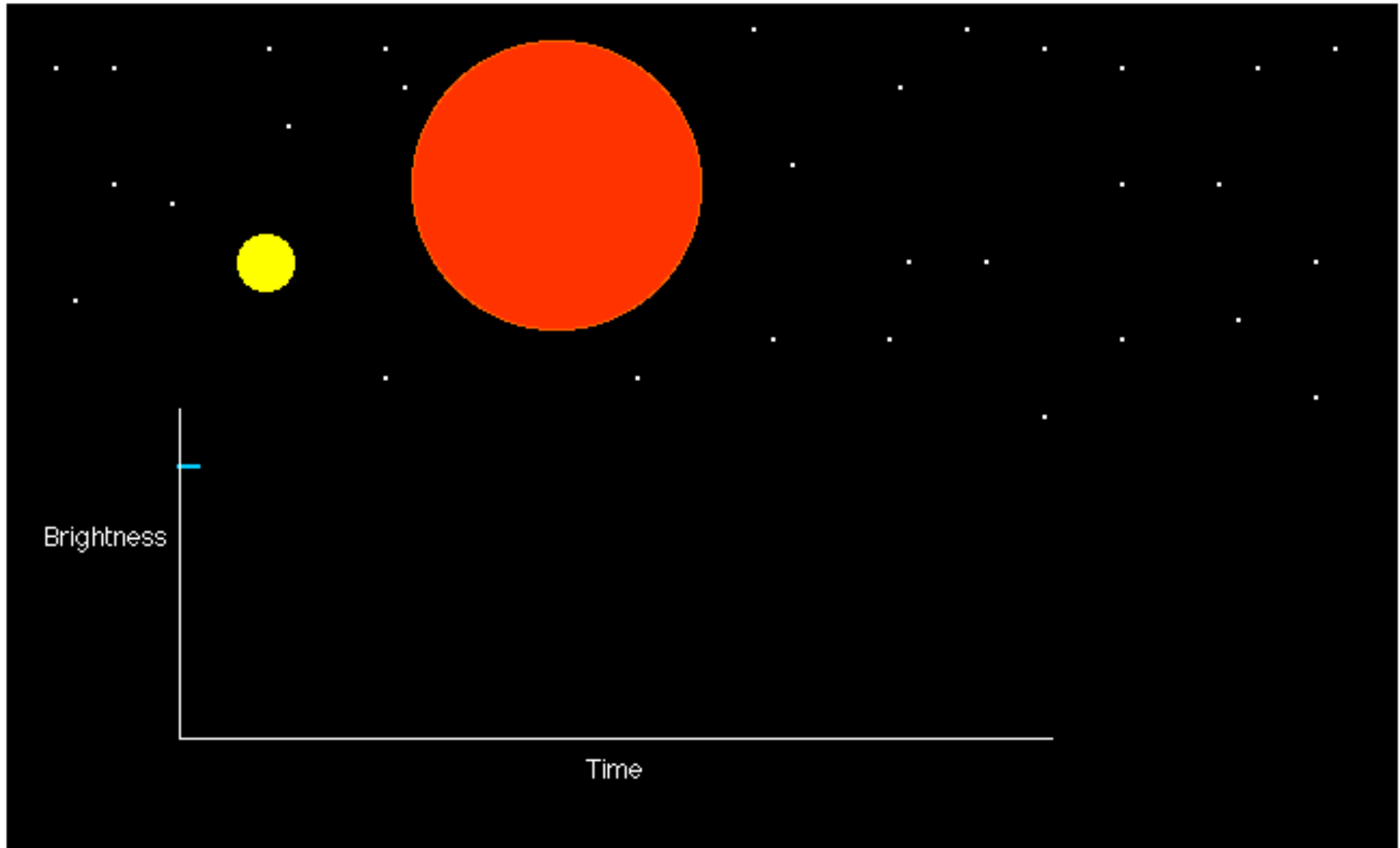
Inklinaciju i možemo odrediti
ako je sistem i eliptično dvojni.

\Rightarrow merimo samo projektovane
veličine na pravac vizure
($a \cdot \sin i$, $v \cdot \sin i$) pa zbir
masa ostaje neodređen do
na faktor $\sin^3 i$.

Eklipsno dvojne zvezde

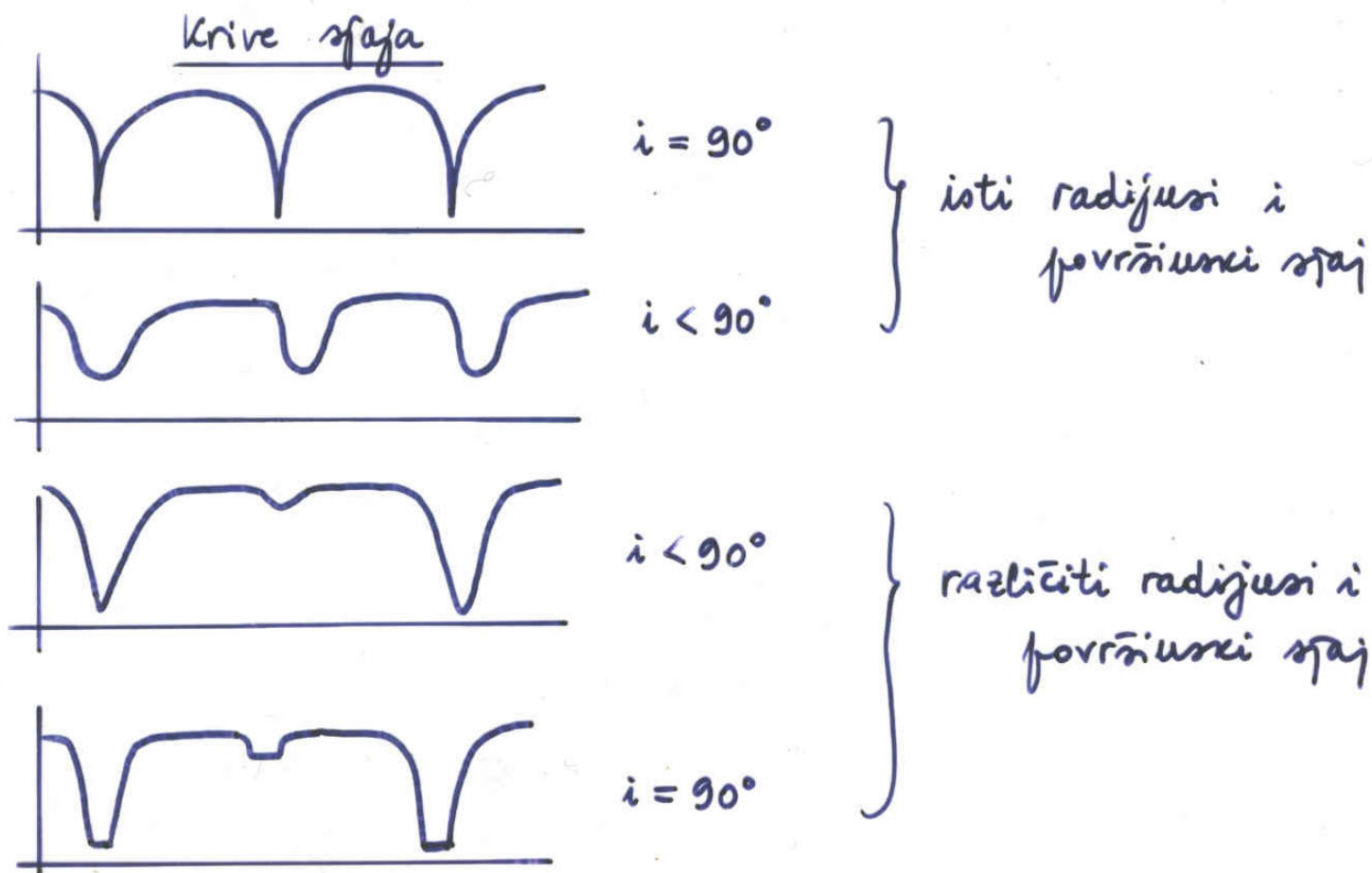
- * sistemi čija je orbitalna ravan u odnosu na posmatrača orijentisana tako da se u toku kretanja zvezde međusobno naizmjenično pomraćuju $\rightarrow m(t) \equiv$ kriva sjaja
- * Analizom krive sjaja može se odrediti:
 - inklinacija orbitalne ravni (i)
 - vrsta pomraćenja
 - period revolucije (P)
 - radijusi komponentata (R_1, R_2)
 - odnos efektivnih temperatura (T_1/T_2)
 - oblik (e) i orijentacija (ω) orbite

Eklipsno dvojne zvezde

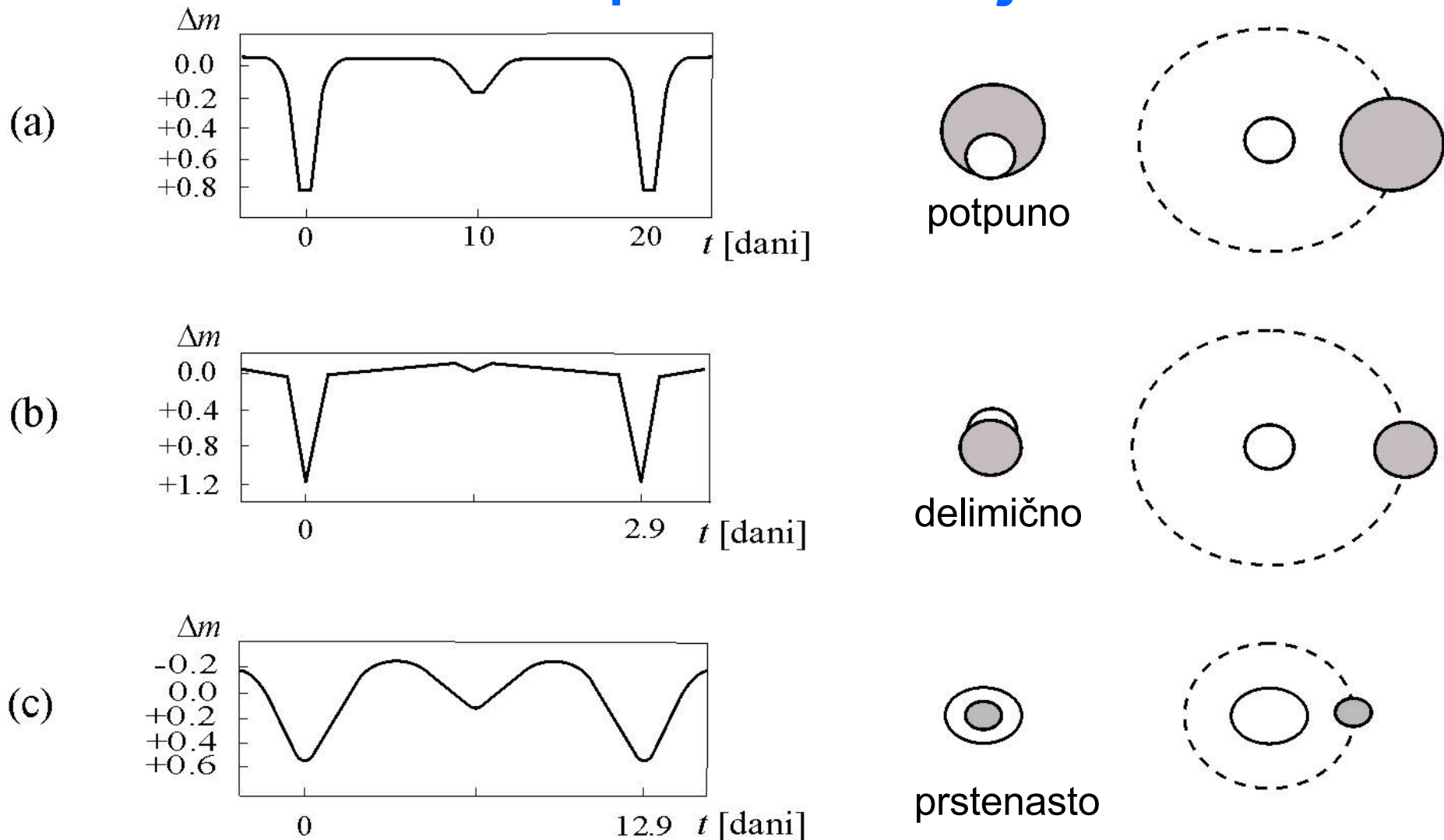


■ Inklinacija orbitalne ravni

Većins dvojnih zvezda je dosta razdvojene pa se pomraćenje javlja samo ako je $i \geq 75^\circ \rightarrow \sin^3 i \geq 0.89$.
Znači, ako ima pomraćenja, $\sin^3 i$ se ne razlikuje od 1 više od 10%. (što je i greška u određivanju mase komponenti.)

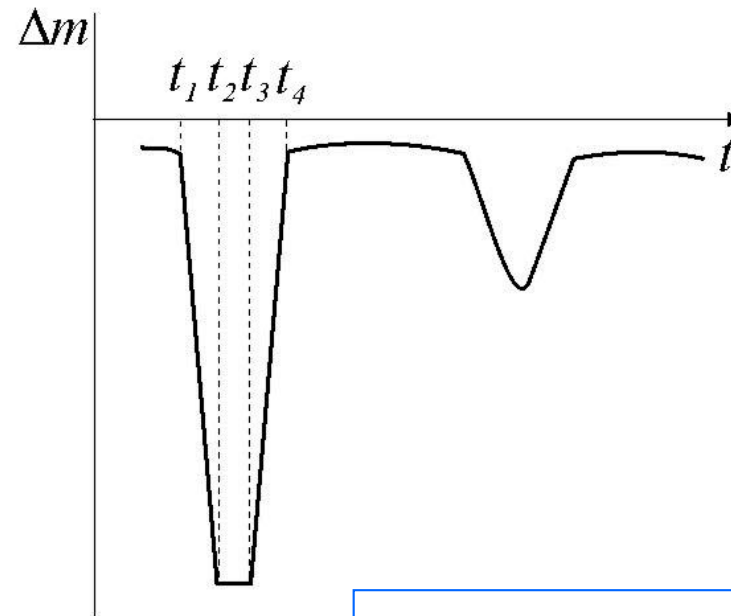
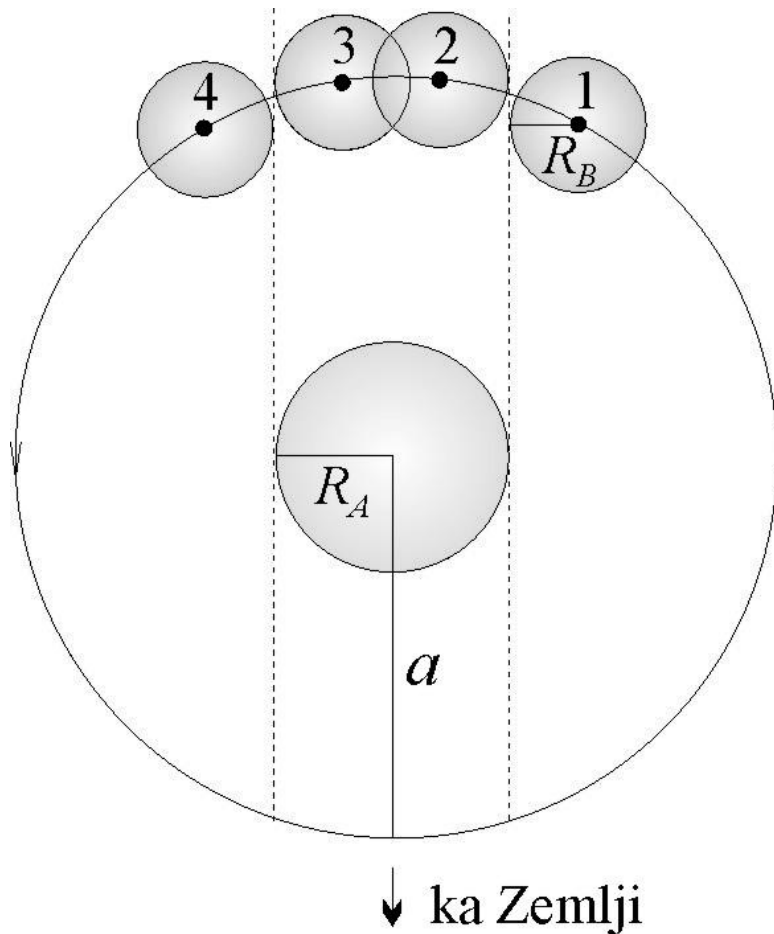


Vrste pomračenja



- iz dubina i oblika minimuma može se proceniti inklinacija orbitalne ravni
 - totalno pomračenje: minimum je ravan; delimično: oštar minimum
 - dublji minum: pomračuje se sjajnija komponenta

Određivanje radijusa komponenata kod eklipsno dvojnih zvezda



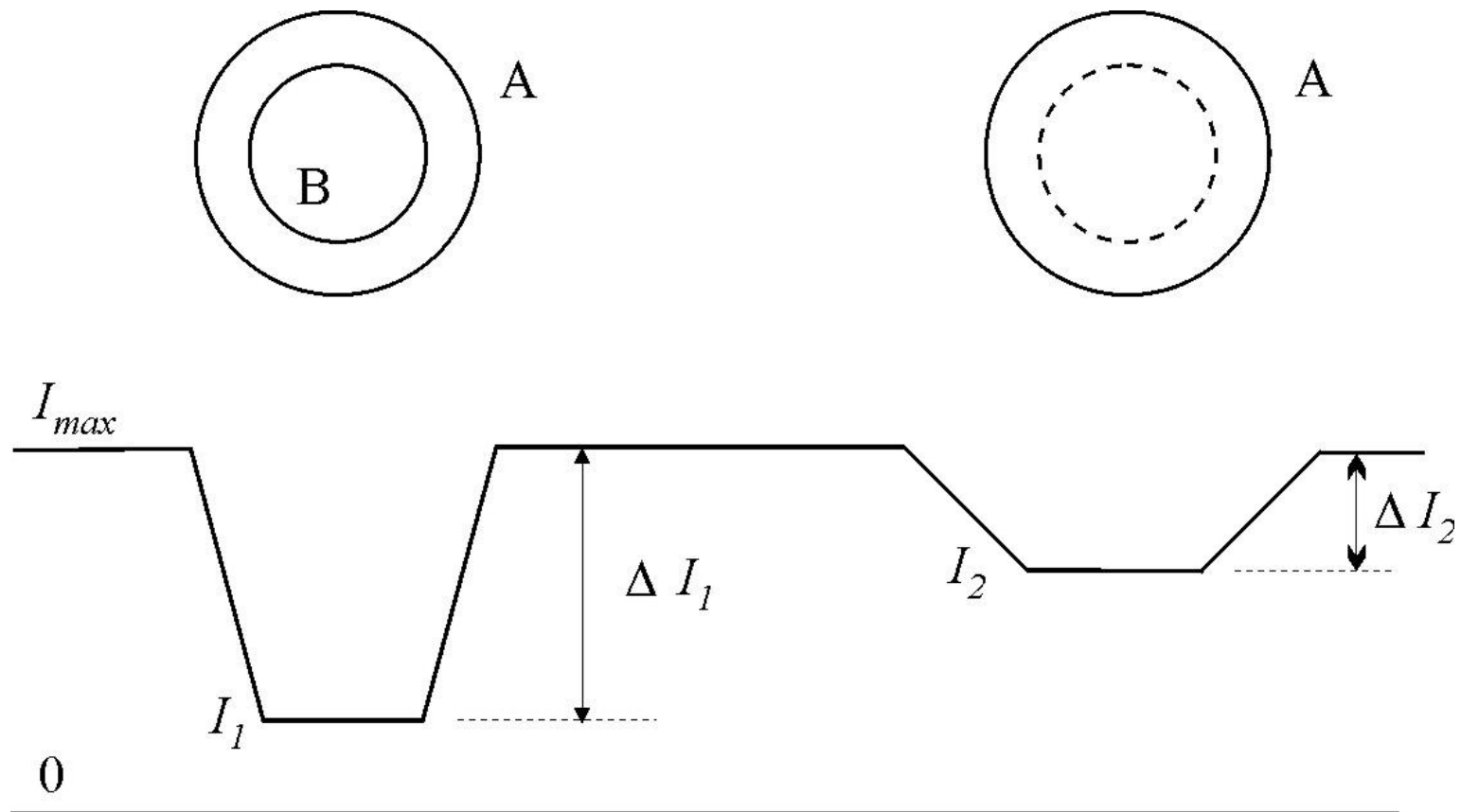
- kod totalnog pomračenja iz trajanja minimuma

$$\frac{t_4 - t_1}{P} = \frac{2(R_A + R_B)}{2\pi a}$$

$$\frac{t_3 - t_2}{P} = \frac{2(R_A - R_B)}{2\pi a}$$

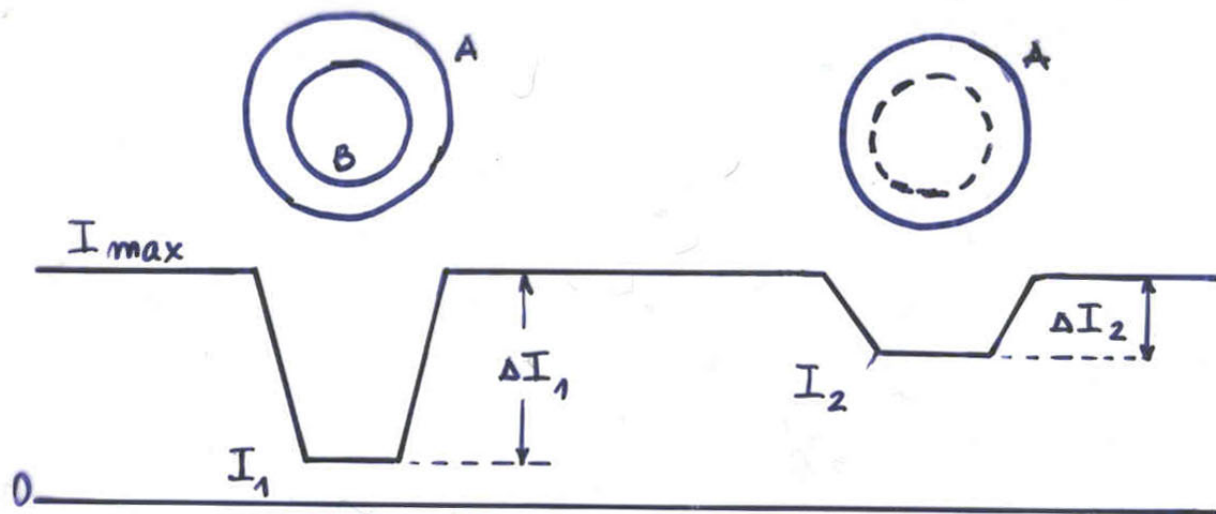
$$\frac{R_A}{a}, \frac{R_B}{a}$$

Određivanje odnosa efektivnih temperatura komponentata eklipsno dvojnih zvezda



- kod totalnog pomračenja iz odnosa dubina minimuma

Određivanje efektivnih temperatura



iz odnosa dubina minimuma pri totalnom povrtačenju.

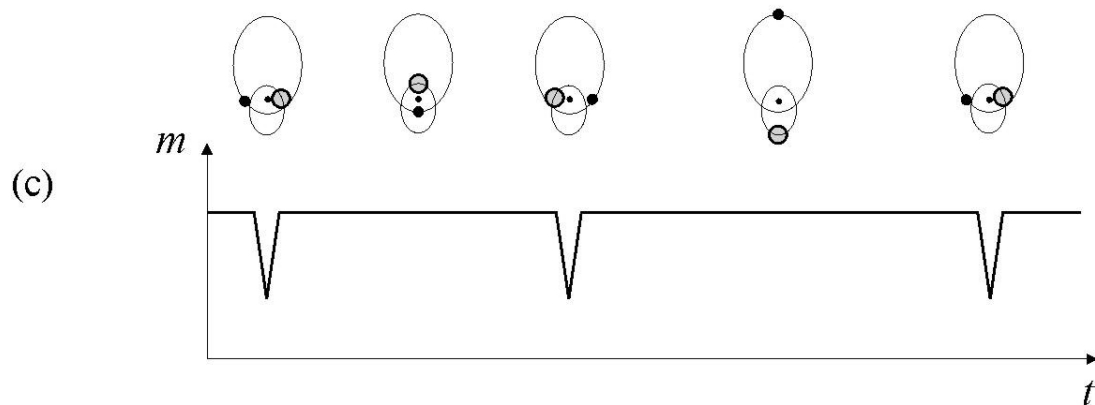
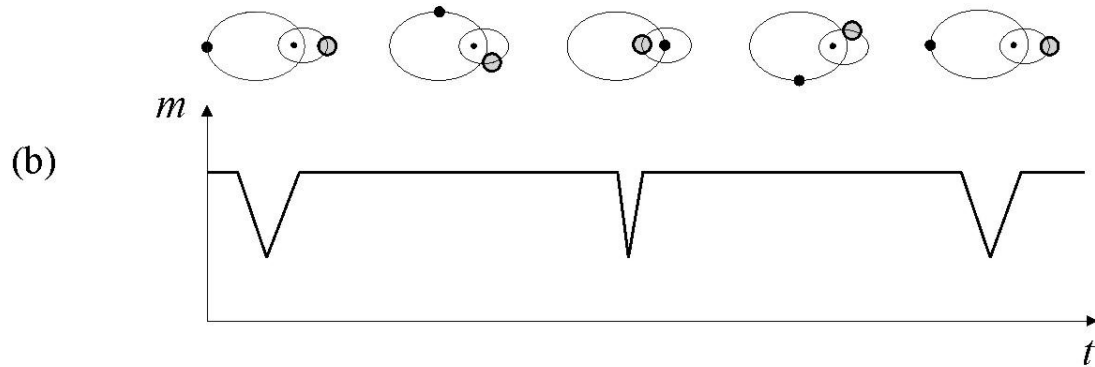
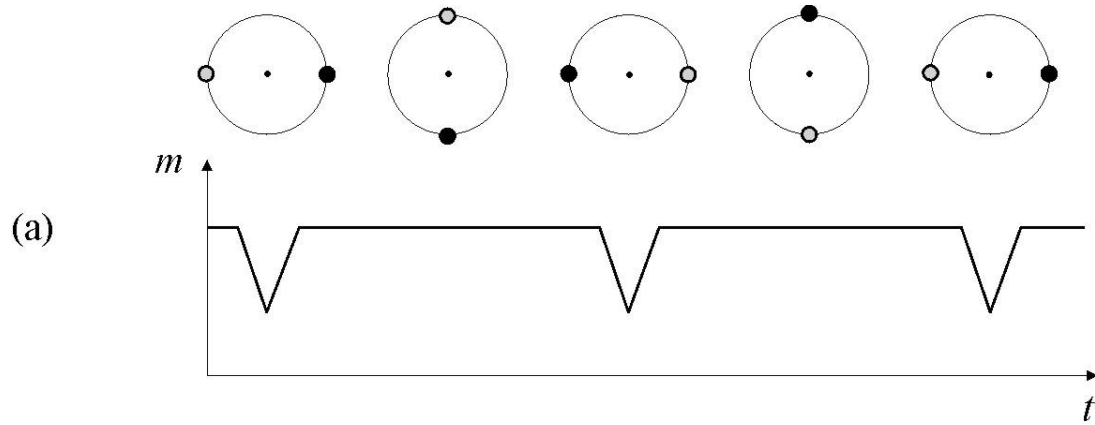
Maksimalna površinski sjaj sistema: I_{max}

$$I_{max} = (\pi R_A^2 \cdot F_A + \pi R_B^2 \cdot F_B) \cdot C$$

$$I_1 = [\pi(R_A^2 - R_B^2) \cdot F_A + \pi R_B^2 \cdot F_B] \cdot C - \text{sjaj pri primarnom minimumu}$$

$$I_2 = \pi R_A^2 \cdot F_A \cdot C - \text{sjaj pri sekundarnom minimumu}$$

$$\frac{\Delta I_1}{\Delta I_2} = \frac{I_{max} - I_1}{I_{max} - I_2} = \frac{\pi R_B^2 \cdot F_A \cdot C}{\pi R_B^2 \cdot F_B \cdot C} = \frac{F_A}{F_B} = \frac{T_{eA}^4}{T_{eB}^4}$$

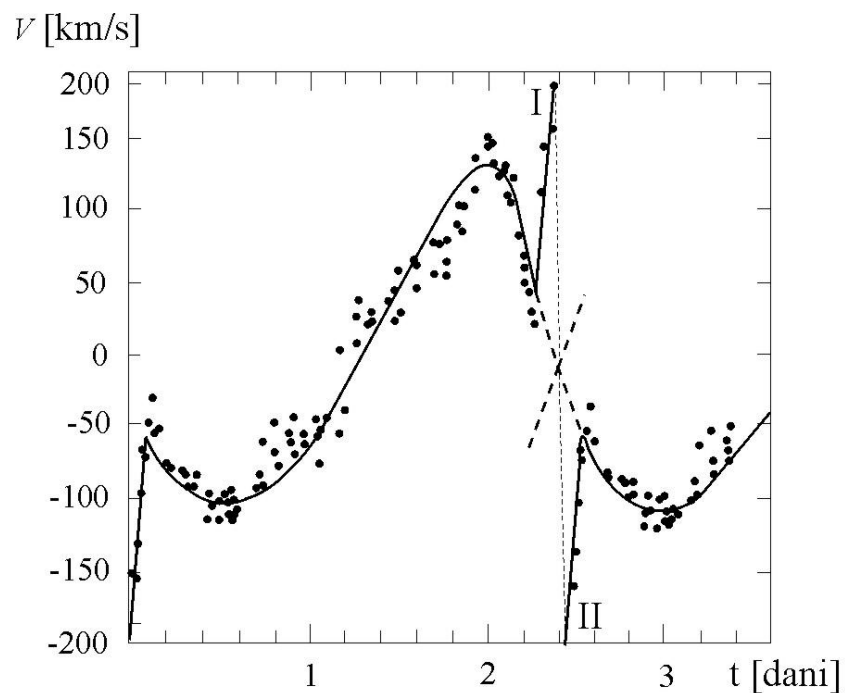


Oblik (e) i orijentacija orbite

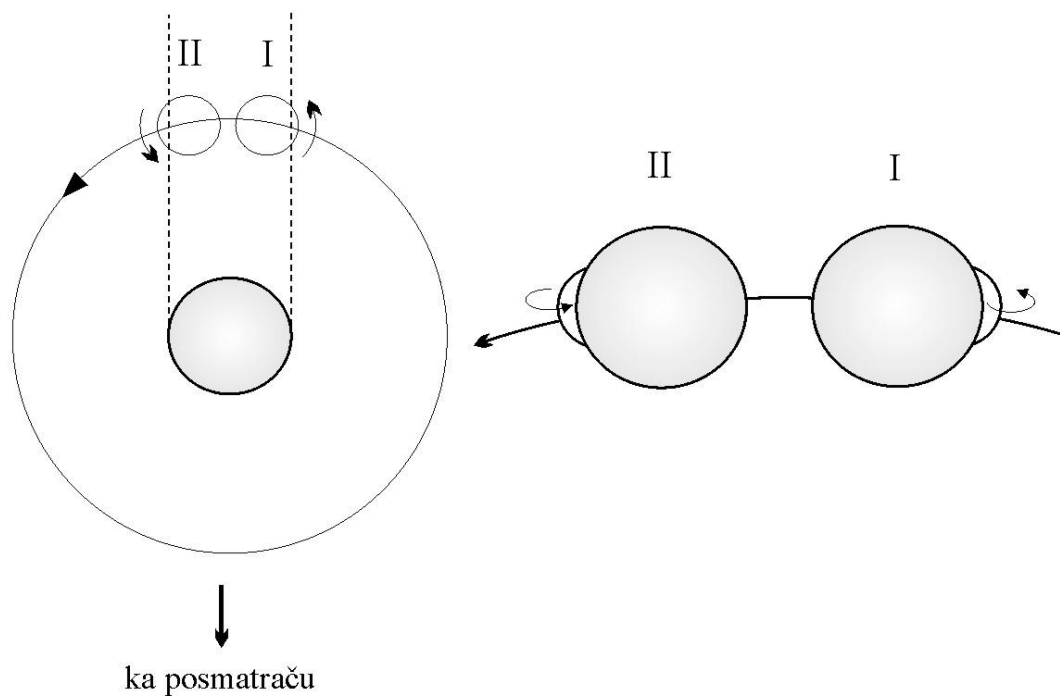
- iz trajanja minimuma i rastojanja među njima

Rotacija zvezda

(a)



(b)

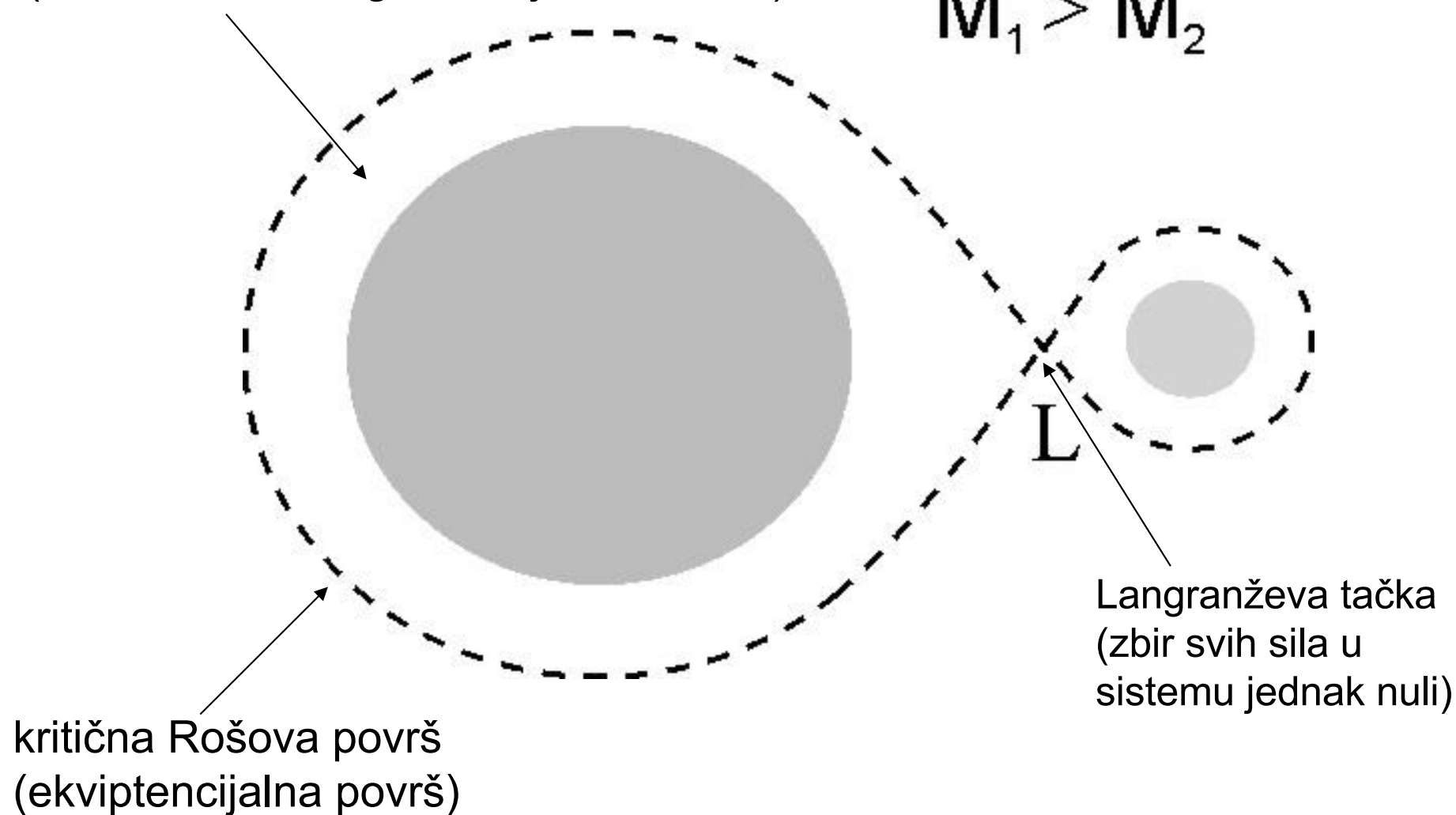


- osna rotacija zvezde istog smera kao i orbitalna
- pred fazu totalnog pomračenja
- i usamljene zvezde rotiraju, zaključeno na osnovu proširenih linija u spektru

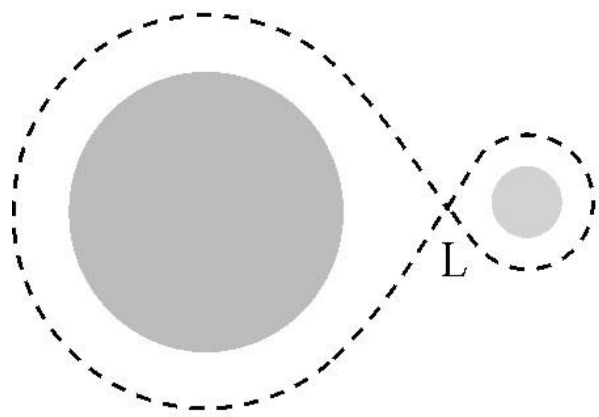
Tesno dvojni sistemi (TDS)

Rošov oval zvezde M_1
(unutar dominira gravitacija te zvezde)

$$M_1 > M_2$$

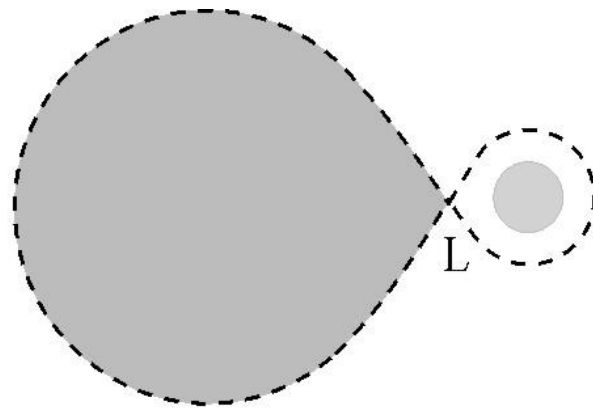


Različiti tipovi tesno dvojnih sistema



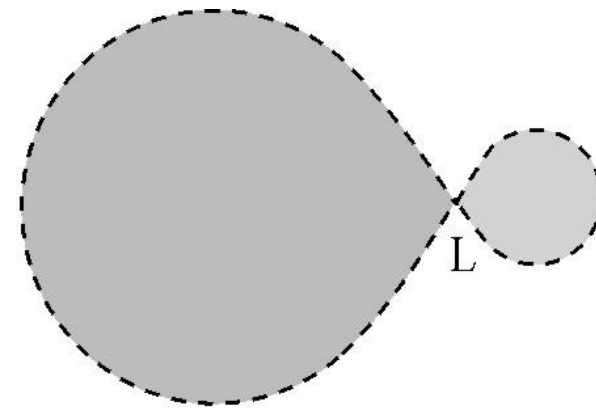
(a)

odvojeni



(b)

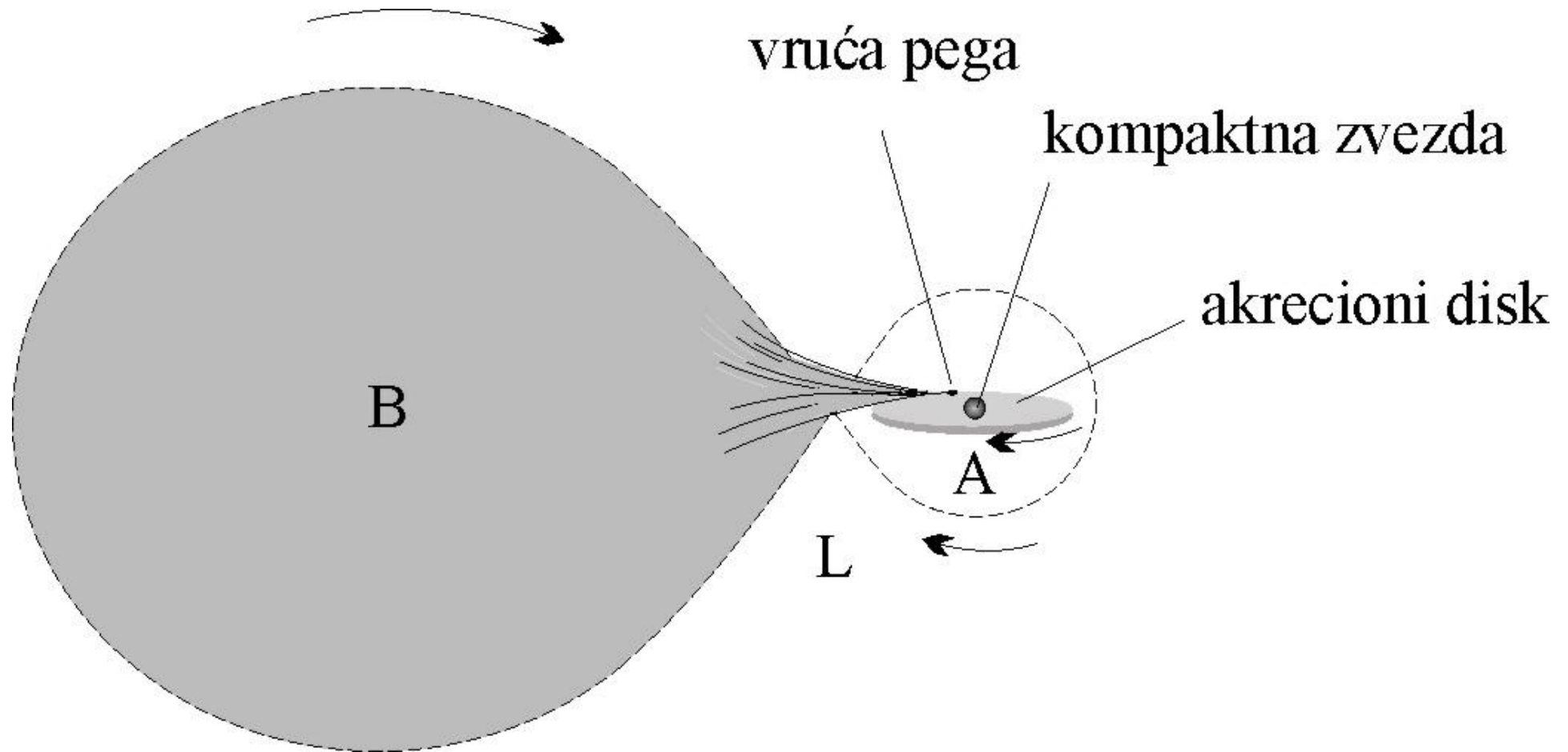
polu-odvojeni



(c)

kontaktni

Transfer materije sa jedne komponente TDS na drugu



Zvezdana jata



Zvezdano jato

- Jato je skup zvezda čija su međusobna rastojanja mnogo manja od srednjeg rastojanja među zvezdama u galaksiji, koje se na okupu drže uzajamnim gravitacionim silama i zajedno kreću kroz galaktički prostor.
- Zvezde jata imaju zajedničko poreklo. Iste su starosti i istog hemijskog sastava.
- Različitih masa, zvezde jata se nalaze u različitim evolutivnim fazama.

Dva tipa zvezdanih jata

- Rasejana ili otvorena
- Globularna ili zbijena

Rasejana

- Nepravilnog oblika
- Nekoliko desetina do nekoliko stotina zvezda
- **Koncentracija oko 20 zvezda po pc^3**
- Nalaze se u blizini galaktičke ravni, blizu ili unutar spiralnih grana ($b = \pm 15^\circ$)
- Kreću se po skoro kružnim orbitama oko galaktičkog centra
- **U njima preovlađuju mlade zvezde**
- Najbliža jata su: Hijade (46pc) i Plejade (115pc)

Globularna

- Pravilnog sferoidnog oblika
- Nekoliko desetina hiljada do nekoliko stotina hiljada zvezda
- **Koncentracija oko 200 zvezda po pc^3**
- Obrazuju sferni podsistem sa koncentracijom ka centru Galaksije (ima ih na svim b)
- Kreću se po eliptičnim orbitama oko galaktičkog centra
- **U njima preovlađuju stare zvezde**
- Najbliža su: ω Centauri (5kpc) i M13 u Herkulu (10kpc)
- Izuzetno visokog sjaja ($M=-10$), vide se i u drugim galaksijama

Jato Plejade

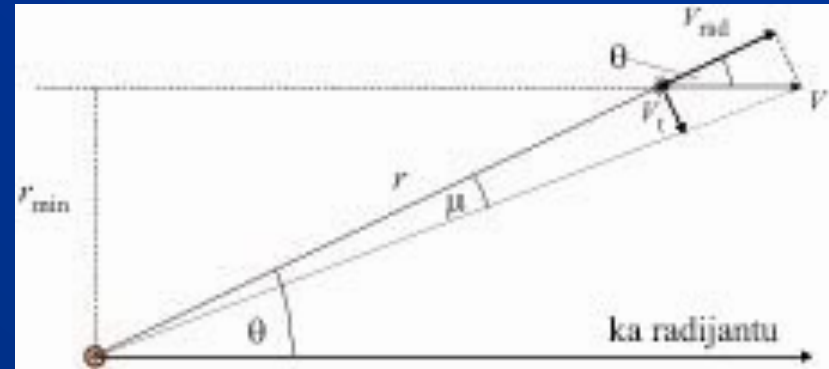


Globularno jato M13



Određivanje rastojanja do rasejanih jata (I)

- Za najbliža jata - jata sa radijantom (Hijade) koristi se tzv. **metod pokretnog jata**



A hand-drawn diagram showing a curved surface representing the "nebeska sfera" (celestial sphere). A point "K" is marked on the surface. A dashed line extends from "K" to a point labeled "Zemlja" (Earth). The angle between the dashed line and the surface is θ . A vector v is shown at "K", with its components v_r (radial) and v_t (transverse) indicated. The angle between v and the dashed line is θ .

$$v = \frac{v_r}{\cos \theta}$$
$$v_t = v \sin \theta = v_r \tan \theta$$
$$v_t = 4.74 \frac{\mu}{\text{J}} = 4.74 \mu \cdot r$$

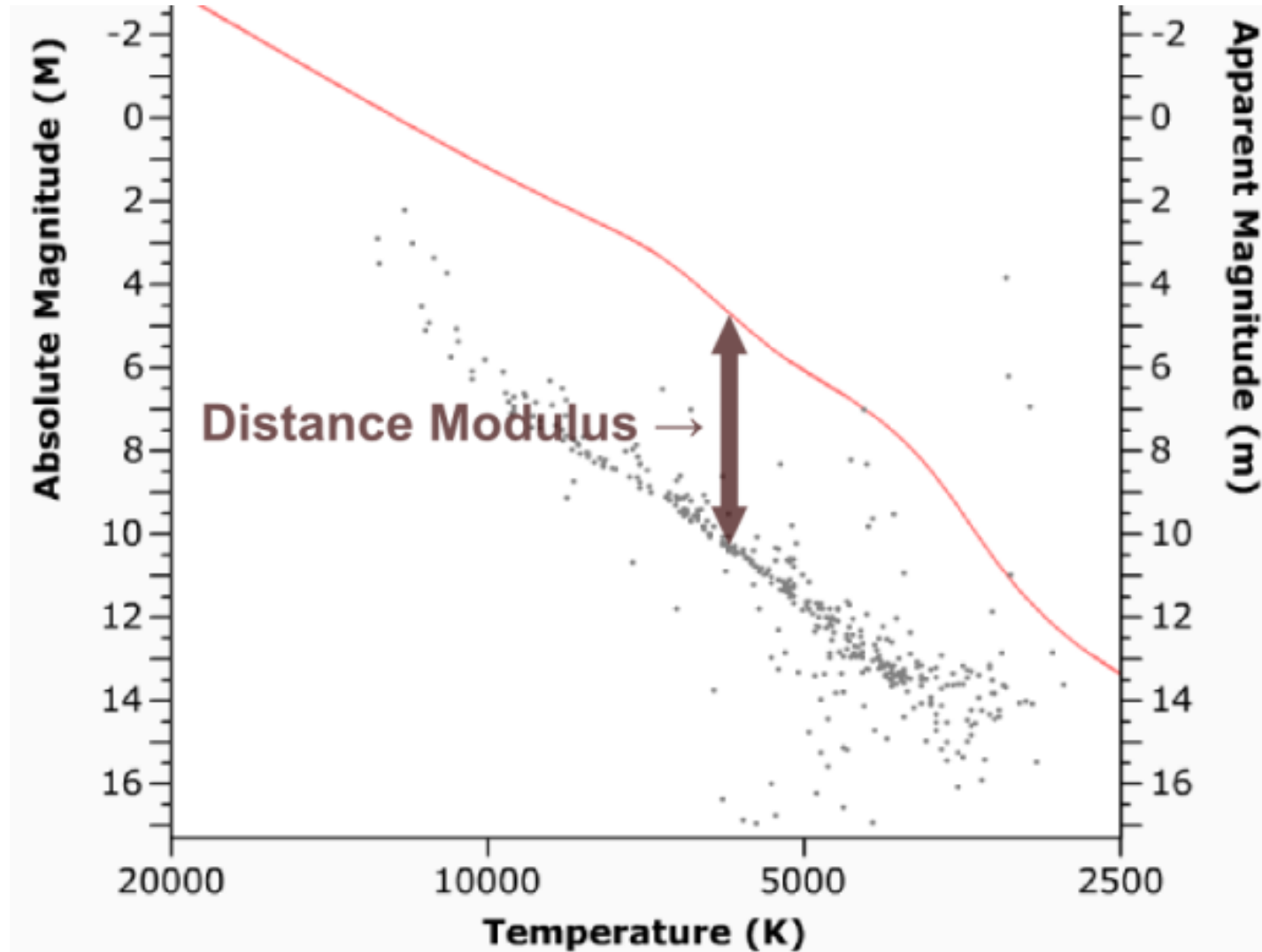
⇓

$$r = \frac{v_r \tan \theta}{4.74 \mu}$$

Određivanje rastojanja do rasejanih jata (II)

- Rastojanje do daljih rasejanih zvezdanih jata se određuje tzv. **fitovanjem glavnog niza**
 - poklapanjem leve ivice glavnog niza dijagrama *index boje – prividna zvezdana veličina* jata čije rastojanje tražimo sa početnim glavnim nizom H-R dijagrama (*index boje – apsolutna zvezdana veličina*)
 - razlika ordinata ($m-M$) ova dva dijagrama daje modul rastojanja, tj. rastojanje r do jata

fitovanje glavnog niza



Određivanje rastojanja do globularnih jata

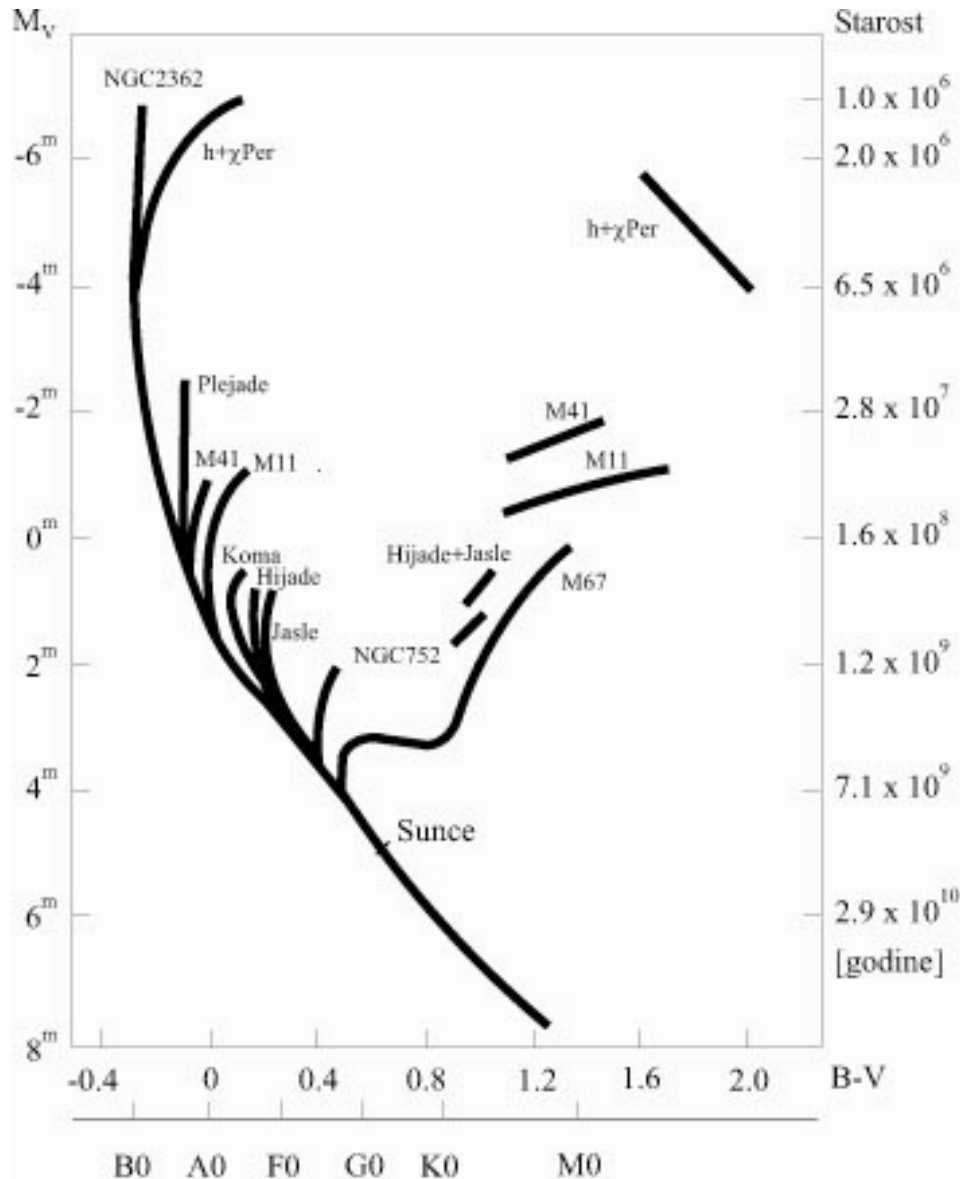
- Određuje se merenjem srednjih prividnih magnituda promenljivih zvezda tipa RR Lyrae, čija je srednja apsolutna magnituda $M = +0.5$.

Primenjuje se relacija: $M = m + 5 - 5 \log r$

Stabilnost zvezdanih jata

- Jato je stabilno ako je koncentracija zvezda u njemu veća od tzv. **kritične koncentracije**, potrebne da jato svojim unutrašnjim silama uravnoteži destruktivno (plimsko) dejstvo okolnih masa.
- Vreme raspada rasejanih zvezdanih jata je reda 10^9 godina.
- Vreme raspada globularnih zvezdanih jata je reda 10^{12} do 10^{13} godina.

H-R dijagrami rasejanih zvezdanih jata



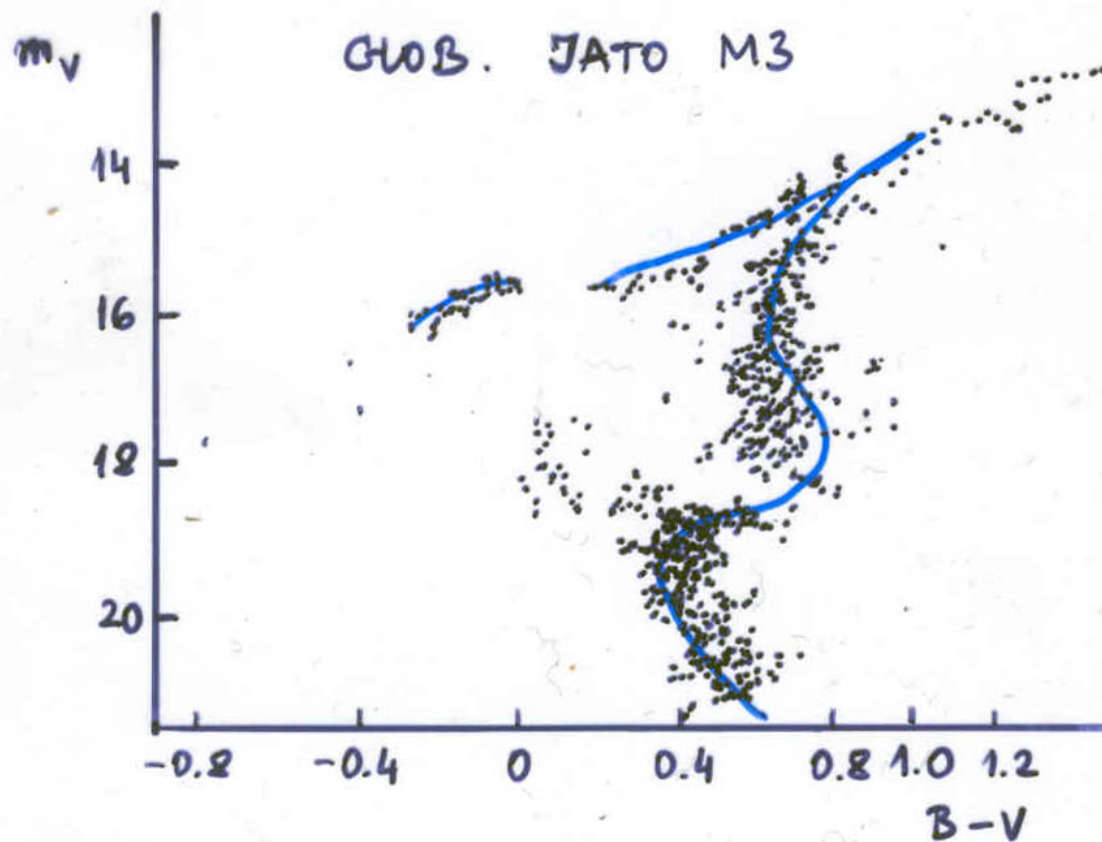
Najveći broj zvezda ovih jata leži duž glavnog niza.

Mesto odvajanja od glavnog niza određeno je starošću jata.

Što je jato mlađe, tačka odvajanja je bliža ranim spektralnim klasama.

H-R dijagram globularnog zvezdanog jata

(b) GLOBULARNA ZVEZDANA JATA



NAJVEĆI BROJ ZVEZDA
LEŽI U OBLASTIMA
VAN GLAVNOG NIŽA
(DŽINOVI I SUBDŽINOVI)
I U DONJEM DELU
GLAVNOG NIŽA (ZVEZDE
MALE MASE KOJE SPORO
EVOLUIRAJU)

GLOBULARNA ZV. JATA
ČINE STARE ZVEZDE.

STAROST OVIH JATA JE
OKO $15 \cdot 10^9$ GODINA.

Zvezdane asocijacije

- Zvezde klasa O i B imaju tendenciju da se javljaju u grupama koje su manje kompaktne od jata (O i B asocijacije). Sastoje se od nekoliko desetina (najčešće oko 30) zvezda.
- Vreme njihovog raspada je oko $10^6 - 10^7$ godina, što znači da su posmatrane asocijacije vrlo mlade.